

**К МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВА ПЛАГИОКЛАЗОВ ПО
МАКСИМАЛЬНОМУ УГЛУ ПОГАСАНИЯ В СЕЧЕНИЯХ,
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПЛОСКОСТИ СРАСТАНИЯ ДВОЙНИКОВ ПО
АЛЬБИТОВОМУ ЗАКОНУ (МЕТОД МИШЕЛЬ-ЛЕВИ)**

**TO THE METHOD OF DETERMINING THE COMPOSITION OF PLAGIOCLASES BY
THE MAXIMUM EXTINCTION ANGLE IN SECTIONS PERPENDICULAR TO THE
PLANE OF FUSION OF TWINS ACCORDING TO THE ALBITE LAW
(THE METHOD OF MICHEL-LEVY)**

Способ определения номера плагиоклаза по максимальному углу погасания в зоне $\perp(010)$ основан на закономерной зависимости ориентировки оптической индикатрисы от состава плагиоклаза. Он заключается в поиске сечений полисинтетически сдвойникованных по альбитовому закону зерен плагиоклаза, в которых плоскость срастания двойников ориентирована перпендикулярно к плоскости шлифа. Такие сечения характеризуются минимальной толщиной двойникового шва, который при подъеме или опусканий тубуса или столика (в современных микроскопах) не сдвигается в сторону. При установке двойникового шва параллельно одной из нитей окуляра, обе системы двойников должны иметь одинаковую интерференционную окраску, т.е. двойниковая структура в этот момент как бы исчезает. Разница между замерами углов погасания вправо и влево не должна превышать 4° . В этом случае из двух замеров берется среднее арифметическое. Замерив в 5 – 6 зернах углы погасания двойниковых полосок, останавливаются на максимальном угле и по нему с использованием специальной диаграммы (рис. 1) определяют номер плагиоклаза.

Метод предложен Мишель-Леви давно, во второй половине 19 в., и с тех пор прошел длительную «обкатку». Казалось бы, всякое стремление к его ревизии и совершенствованию не имеет смысла и является пустой тратой времени. Однако вызывает сомнения универсальность критериев отбора зерен плагиоклаза: допустимой разницы в углах погасания между двумя системами двойниковых полосок и в количестве необходимых измерений. Единых критериев не может быть, потому что ориентировка оптической индикатрисы в плагиоклазах разного состава сильно отличается.

Другие авторы [1] предлагают исключать из рассмотрения зерна, отличающиеся более чем на 5 %, что позволяет хотя бы косвенно учитывать состав плагиоклаза. Однако и при таком подходе возможны ошибочные исключения вполне пригодных для измерения зерен. Например, для плагиоклаза № 30 с углом погасания 12° потребуется подыскивать зерна с расхождением углов погасания $0,6^\circ$, что является непростой задачей. Сильно завышены требования и для больших углов погасания. Например, с таким подходом для плагиоклаза № 70 с углом погасания 40° допустимое расхождение составляет 2° . На самом же деле, как будет показано ниже, допустимая разница в углах погасания двойниковых индивидов намного больше – $15,5^\circ$.

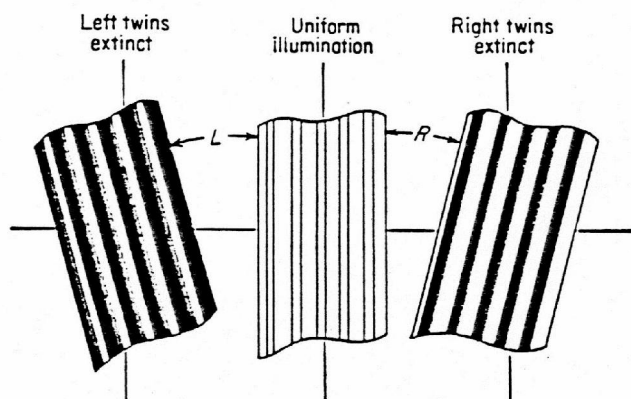
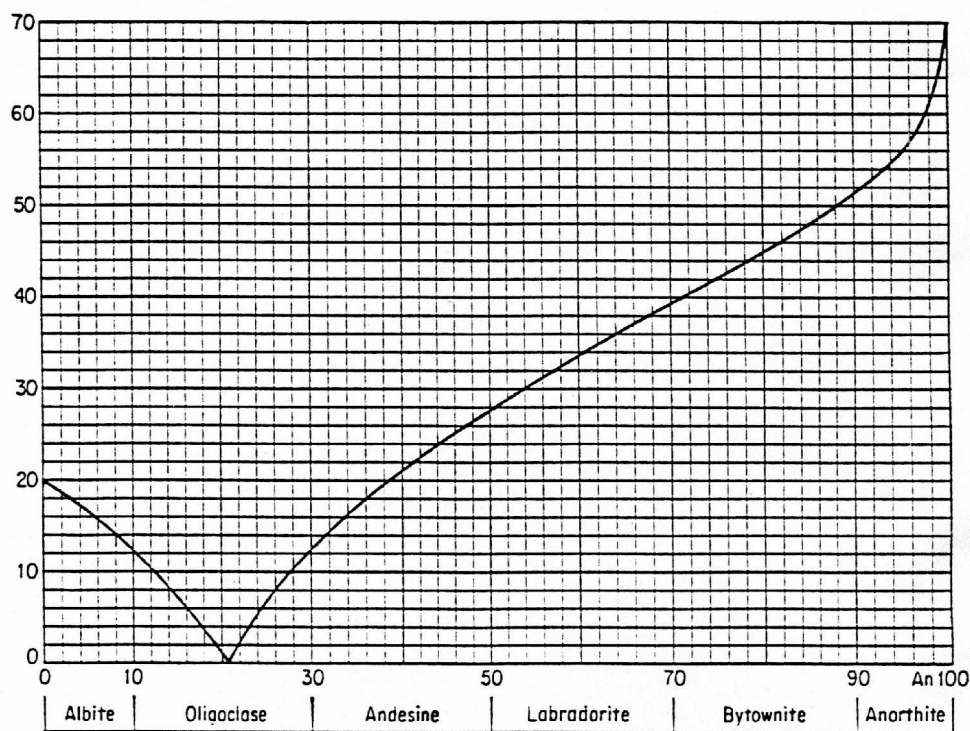


Diagram showing the method of determining the extinction angles in albite twins cut normal to (010) for the plagioclase feldspars (the method of Michel-Lévy).



Curve showing the maximum extinction angle of albite twins cut normal to (010) for the plagioclase feldspars (Michel-Lévy's method).

Рис. 1. Диаграмма Мишель-Леви для определения состава плагиоклаза по максимальному углу погасания альбитовых двойников в сечении, перпендикулярном (010).

Рассматриваемый метод является статистическим, поскольку максимальный угол измеряется не прямо, а в результате многократных измерений с поиском максимального значения. Надежность статистических данных зависит от размера выборки, в данном случае от количества измерений. Большинство авторов считает, что достаточно определить углы погасания в 5-6 зернах плагиоклаза, но некоторые авторы полагают, что для точного определения номера плагиоклаза количество измерений должно быть увеличено до нескольких десятков.

В настоящей статье будут решены следующие задачи:

- 1) обосновать максимально допустимое расхождение углов погасания, при котором ошибка определения номера плагиоклаза не превышает заданной величины (с учетом состава плагиоклаза);
- 2) обосновать минимальное количество зерен, необходимое для надежного определения угла погасания (с учетом состава плагиоклаза);

Параметры, определяющие пространственную ориентировку сечений альбитовых двойников.

Наиболее удобно определение максимального симметричного угла погасания в альбитовых двойниках производится на федоровском столике. Для этого двойниковый шов в выбранном зерне плагиоклаза поворотом вокруг вертикальной оси N на некоторый угол ν (ни) устанавливают в положение, параллельное вертикальной нити окулярного креста. Далее приводят двойниковую плоскость в положение, перпендикулярное к плоскости шлифа, для чего наклоняя шлиф вокруг горизонтальной оси H на некоторый угол χ (хи), добиваются превращения двойникового шва в тонкую четкую линию, не смещаемую при подъеме или опускании тубуса микроскопа (или предметного столика в современных моделях микроскопов). Затем вращая столик вокруг оси I на различные углы ι (йота) и измеряя многократно углы погасания, находят положение, при котором угол погасания имеет максимальное значение.

Таким образом, пространственная ориентировка альбитовых двойников определяется 3 параметрами:

χ – угол наклона двойниковой плоскости;

ι – угол вращения двойниковой плоскости;

ν – угол поворота шлифа вокруг оси, параллельной оптической оси микроскопа (угол поворота столика или кольца N федоровского столика).

Два первых параметра определяют сечение двойника, последний параметр – пространственную ориентировку двойника относительно направления световых колебаний в николях.

При использовании федоровского метода угол наклона плоскости симметрии двойника χ отсчитывается от плоскости столика микроскопа. Однако без столика удобнее измерять этот угол от оптической оси микроскопа, точнее, от плоскости световых колебаний в поляризаторе, в которой лежит эта ось.

Симметрия и асимметрия альбитовых двойников.

В *симметричных сечениях* двойниковая плоскость (010) перпендикулярна к плоскости столика, следовательно, с оптической осью микроскопа она образует угол $\chi = 0^\circ$. Углы погасания двойника ϵ и индивидов ϵ_1 и ϵ_2 (повороты столика влево и вправо) одинаковы по величине: $\epsilon = \epsilon_1 = \epsilon_2$. В таких сечениях, измеряя углы погасания в случайных зернах с различным углом вращения ι , находят максимальный угол $\epsilon_{\max}$, который используется для определения состава плагиоклаза.

На практике сечения, строго перпендикулярные плоскости (010), встречаются редко. Поэтому имеет смысл расширить понятие *симметричных сечений*, отнеся сюда разрезы, в которых ϵ_1 и ϵ_2 отличаются на небольшую величину, а использование *среднего угла* ϵ , равного $\epsilon \approx (\epsilon_1 + \epsilon_2) / 2$, не приводит к значительным погрешностям в определении состава плагиоклазов.

В *косых (асимметричных) сечениях* плоскость (010) ориентирована косо по отношению к столику и оптической оси микроскопа. Углы погасания ϵ_1 и ϵ_2 не равны друг другу. Оценить асимметрию сечения двойника можно по формуле

$$A = \epsilon_1 - \epsilon_2, \quad (1)$$

где A – показатель асимметрии,

ϵ_1 и ϵ_2 – соответственно больший и меньший углы погасания двойниковых пластинок.

Принято считать, что угол ϵ' погасания двойника в косых сечениях равен среднему значению от углов погасания индивидов:

$$\epsilon' = (\epsilon_1 + \epsilon_2) / 2 \quad (2).$$

В косых сечениях для одного и того же угла χ наклона двойниковой плоскости также существует максимальное значение $\epsilon'_{\max}$. Оно, как правило, больше чем $\epsilon_{\max}$ и растет по мере увеличения угла χ (таблица 1).

Увеличение угла наклона плоскости срастания сопровождается увеличением показателя асимметрии A . Использование среднего угла погасания $\varepsilon = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / 2$ в качестве замены истинного значения угла погасания ε может привести к недопустимым погрешностям определения состава плагиоклазов. Проиллюстрируем это на примере плагиоклаза № 45 (таблица 1).

Таблица 1

Влияние наклона двойниковой плоскости (010) на точность измерения состава плагиоклаза № 45 по методу Мишель-Леви

Ориентировка двойниковой плоскости (010)		Углы погасания двойниковых индивидов		Максимальный средний угол погасания двойника, $\varepsilon_{\max}, ^\circ$	Асимметрия, A	№ плагиоклаза, определенный по максимальному среднему углу погасания $\varepsilon_{\max}$
угол наклона, $\chi, ^\circ$	угол вращения, $\iota, ^\circ$	$\varepsilon_1, ^\circ$	$\varepsilon_2, ^\circ$			
0	-74	-24,4	24,4	24,4	0	45
5	-74	-25,5	23,7	24,6	-1,7	45
10	-75	-26,9	23,4	25,1	-3,5	46
15	-77	-28,7	23,5	26,1	-5,2	47
20	-78	-31,1	24,0	27,6	-7,2	50
25	-81	-34,4	25,1	29,7	-9,3	53
30	-84	-38,9	26,7	32,8	-12,2	59

Из данных, приведенных в таблице, видно, что с увеличением наклона двойниковой плоскости (010) происходит рост среднего угла погасания $\varepsilon_{\max}$ с 24,4 при угле $\chi = 0^\circ$ до 32,8° при угле $\chi = 30^\circ$. Параллельно с этим увеличивается асимметрия сечения двойника A с 0 до 12,2.

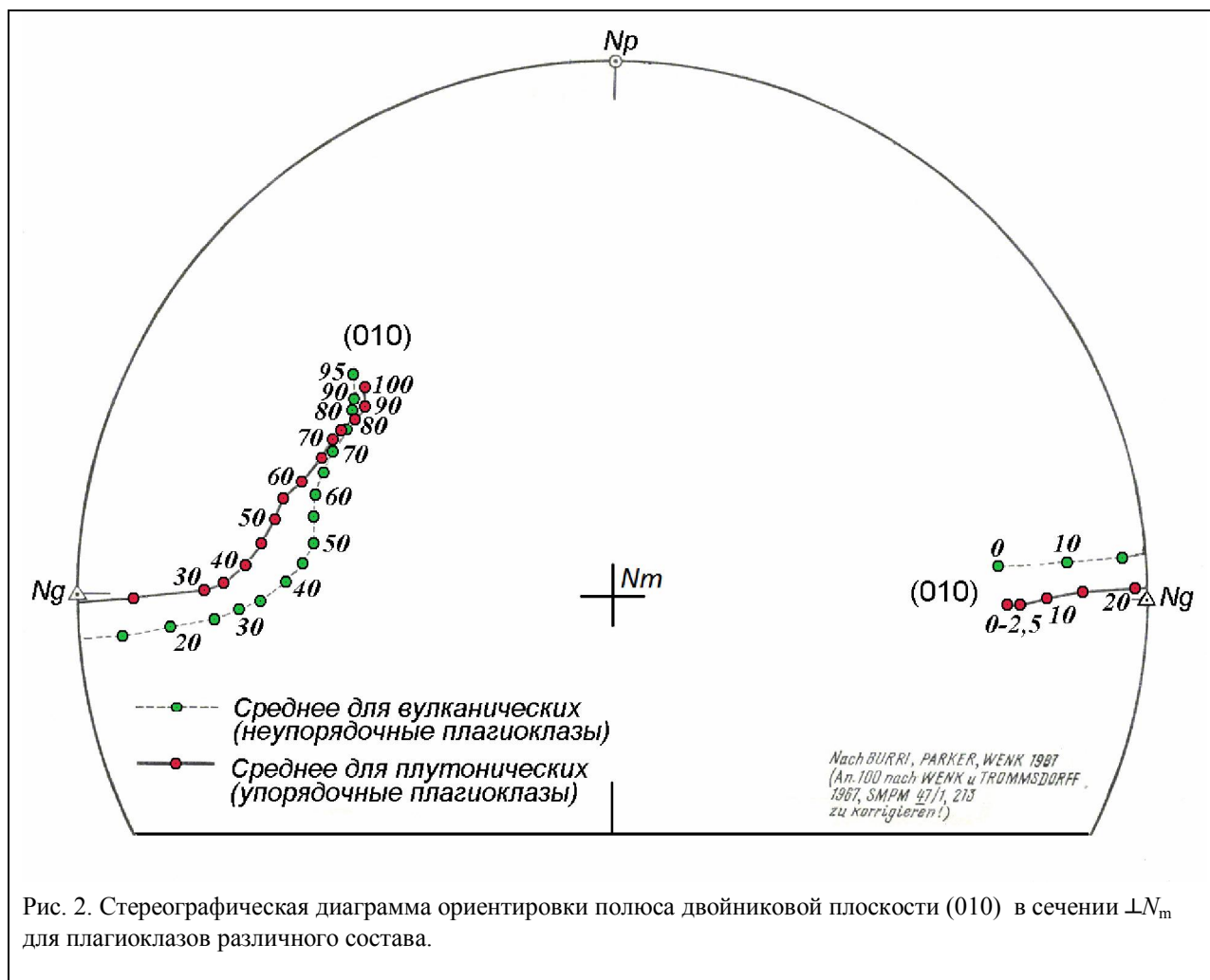
На практике для определения состава плагиоклаза приходится использовать средние значение угла погасания в умеренно косых сечениях двойников, что приводит к возникновению погрешностей определения состава плагиоклаза. Оценить их можно по величине асимметрии A . Наклон двойниковой плоскости до 10° почти не влияет на результат определения состава плагиоклаза. При наклоне, равном 15° , ошибка определения состава заметная и составляет 2 номера. Дальнейшее увеличение наклона не желательно, так как приводит к завышению номера плагиоклаза на 3 и более единицы.

Определение угла максимального погасания графическим способом.

1. Для определения исходных данных используем стереографическую диаграмму ориентировки оптической индикатрисы и полюса двойниковой плоскости (010) (рис. 2), заимствованную из справочника [2]. Диаграмма построена для сечения, перпендикулярного оси N_m , в котором оптические оси лежат параллельно плоскости проекции. Следовательно, внизу на противоположной стороне на краю проекции будут выходить вторые «концы» оптических осей.

Снимаем на кальку оси оптической индикатрисы N_g , N_m и N_p и полюс P двойниковой плоскости (010) (рис. 3а).

2. Накладываем кальку на стереографическую сетку Вульфа. На краю сетки наносим оптические оси A_1 и A_2 , для чего откладываем по обе стороны от оси N_p половину V угла оптических осей (для отрицательных углов $2V$) или $(90^\circ - 2V) / 2$ (для положительных углов $2V$) (рис. 3а).



3. Поворотом кальки против часовой стрелки совмещаем полюс двойниковой плоскости P с экватором и через 90° от него по меридиану проводим двойниковую плоскость (010) (рис. 3б). Оптические оси A_1 и A_2 займут новое положение, оставаясь на краю проекции.

4. Устанавливаем плоскость (010) перпендикулярно к плоскости проекции, для чего переносим полюс P на край экватора. Плоскость (010) пройдет через нулевой меридиан и будет проектироваться в виде прямой линии (рис. 3в). Оптические оси A_1 и A_2 , двигаясь по малым кругам («широтам») сместятся от края проекции влево и займут новое положение внутри ее.

4. Наносим на кальку оптические оси A_1' и A_2' второй системы полисинтетических двойников (рис. 3в). По закону альбитового двойникова оптические оси двойников являются зеркальным отражением друг друга относительно плоскости срастания (010). Они расположены на той же широте, что и оси A_1 и A_2 , а их долготы имеют противоположные знаки ($\varphi_1' = \varphi_1$, $\varphi_2' = \varphi_2$, $\lambda_1' = -\lambda_1$, $\lambda_2' = -\lambda_2$). Мы получили исходную позицию оптических осей, пригодную для дальнейших преобразований.

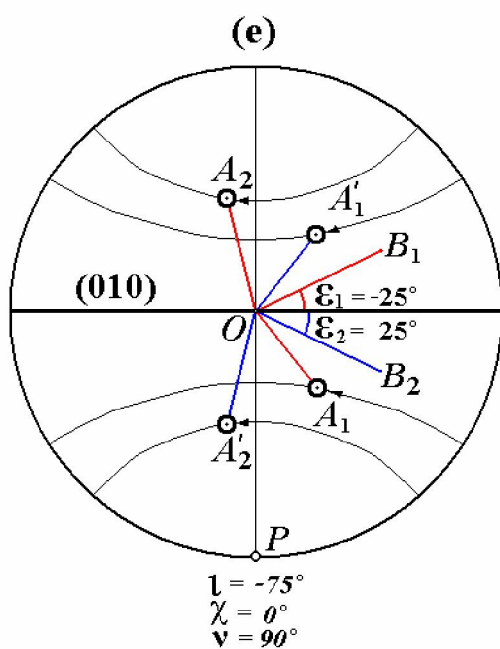
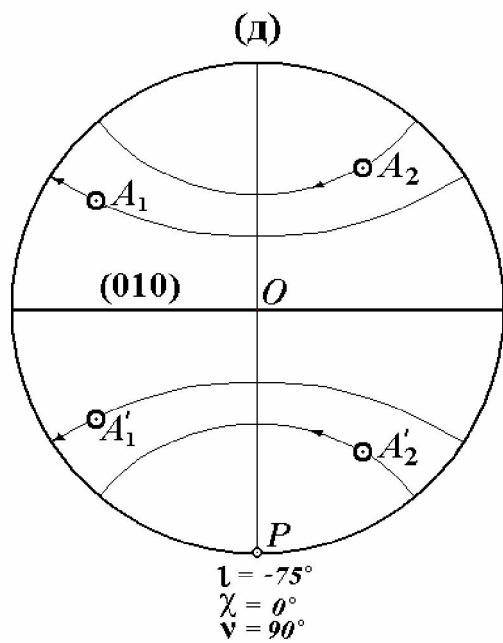
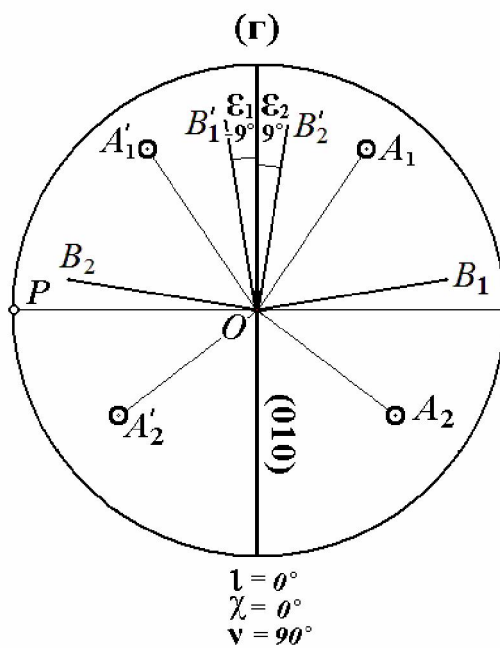
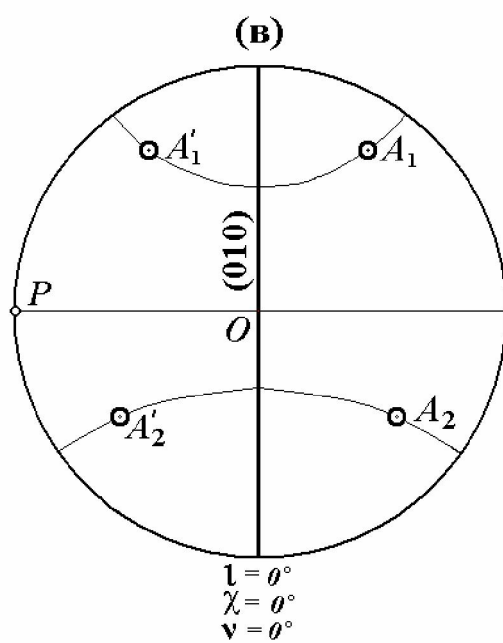
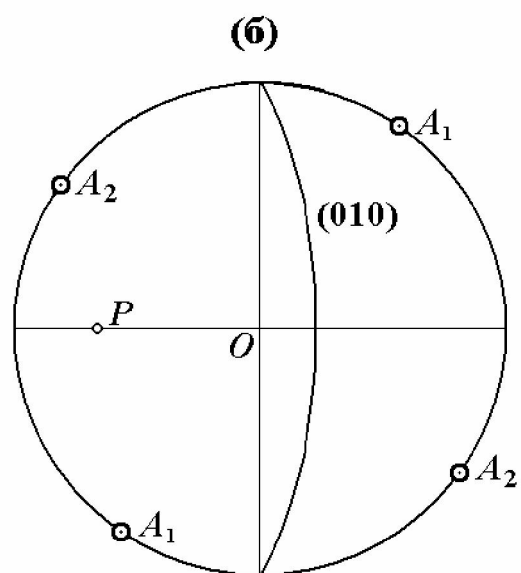
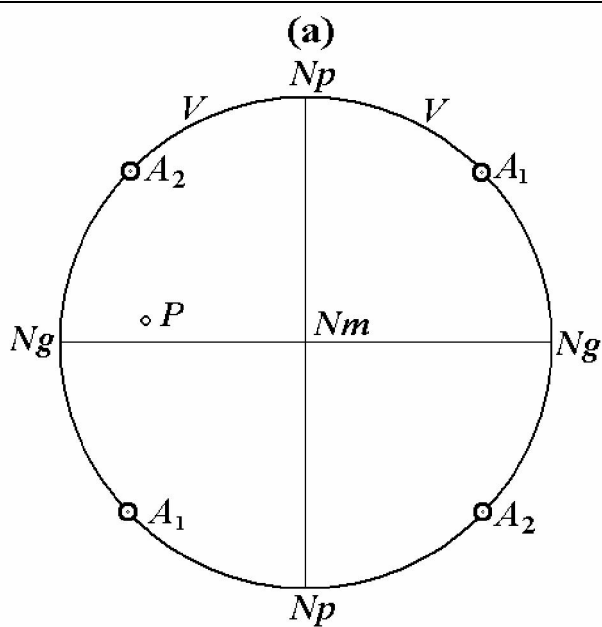
5. Мы получили исходную позицию оптических осей, пригодную для дальнейших преобразований. Определим угол погасания в этой позиции (рис. 3г). Разделив углы A_1OA_2 и $A_1'OA_2'$, находим биссектрисы OB_1 и OB_2 , по которым совершаются световые колебания в двойниковых индивидах. Перпендикуляры к ним OB_1' и OB_2' определяют вторые направления световых колебаний. Углы ε_1 и ε_2 между этими биссектрисами и двойниковой плоскостью (010), равные соответственно $7,5^\circ$ и $-7,5^\circ$, являются углами погасания двойника в исходной позиции. Они равны между собой, что указывает на симметричное сечение двойника.

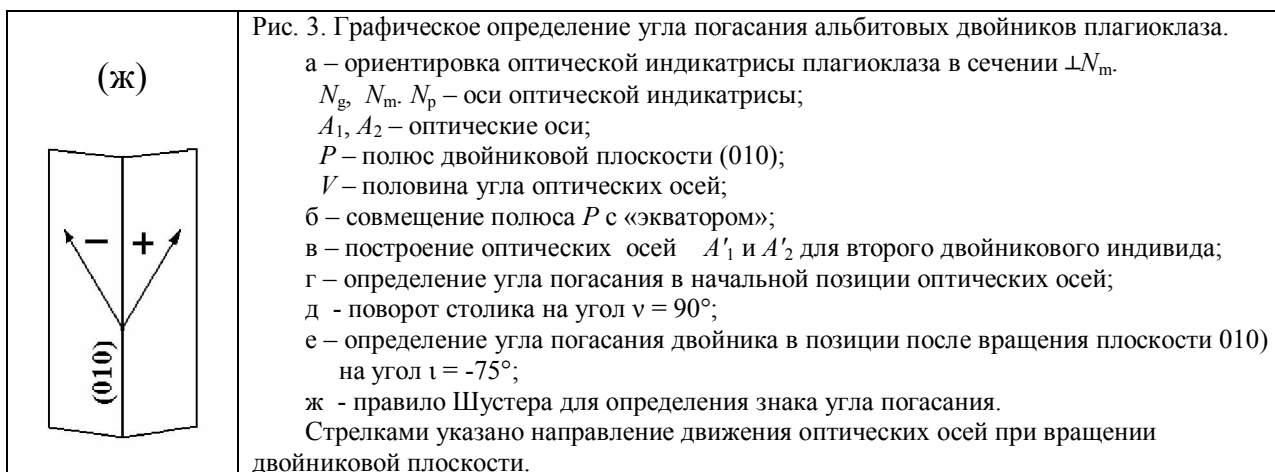
6. Повернем кальку на 90° против часовой стрелки (рис. 3д). Двойниковая плоскость (010) будет совмещена с экватором сетки. Посмотрим, как изменится угол погасания при вращении плоскости (010) вокруг перпендикуляра OP к ней влево на некоторый произвольно выбранный угол, например, $\iota = -75^\circ$. Положение плоскости не изменится, а оптические оси займут новое положение (рис. 3е). Оптическая ось A_2 , двигаясь по малому кругу, займет новое положение. Ее широта не изменится, а долгота уменьшится на 75° . По-другому ведет себя ось A_1 . Перемещаясь влево, она упрется в край проекции (показано стрелкой на рис. 3д) и оставшийся «не израсходованную» часть угла ι пойдет на перемещение влево в «южном полушарии» на той же широте, но с обратным знаком.

Таким же образом перемещенные оптические оси второго индивида займут новое положение A_1' и A_2' .

Для определения направления световых колебаний в двойниковых индивидах соединяем их оптические оси с центром проекции. Линии OA_1 , OA_2 и OA_1' и OA_2' являются проекциями главных сечений оптической индикатрисы. Согласно теореме Френеля световые колебания совершаются по биссектрисе угла, образованного главными сечениями. В рассматриваемом примере это биссектрисы OB_1 и OB_2 . Углы ϵ_1 и ϵ_2 , образованные биссектрисами с двойниковой плоскостью являются углами погасания двойниковых индивидов. Ввиду симметрии расположения оптических осей эти углы равны по абсолютной величине, но противоположны по знаку, который определяется по правилу Шустера.

Как видно из приведенного примера, произошло увеличение угла погасания альбитового двойника с 9 до 25° . Чтобы найти максимальный угол погасания $\epsilon_{\max}$ в зоне $\perp(010)$, подобные расчеты нужно делать многократно, опытным путем подбирая значение угла ι вращения двойниковой плоскости, при котором угол погасания достигает наибольшего значения.





Аналитическое определение максимального углов погасания с использованием компьютерных программ

Недостатками рассматриваемого графического способа являются очень большие затраты времени и невысокая точность определения максимального угла погасания. По этой причине для ускорения работ и повышения точности расчетов автором подготовлены две компьютерные программы, одна из которых рассчитывает угол погасания ϵ при заданных углах наклона χ и вращения ι двойниковой плоскости, а вторая в автоматическом режиме просчитывает углы погасания в определенном интервале углов вращения и находит среди них максимальное значение $\epsilon'_{\max}$.

В качестве входных данных в компьютер вводились угол оптических осей $2V$ и координаты полюса двойниковой плоскости (010): полярный угол ρ_p и долгота λ_p . Значения ρ_p и λ_p определены графически на диаграмме ориентировки оптической индикатрисы плагиоклазов (рис. 2), прилагаемой к определителю пороодообразующих минералов [3]. Значения углов оптических осей взяты из справочников [1, 2].

В компьютерных программах учитывается знак углов погасания двойниковых индивидов, определяемый по правилу Шустера (рис. 3ж):

$$\epsilon'_{\max} = (\epsilon_1 - \epsilon_2)/2, \quad (3)$$

$$A = \epsilon_1 + \epsilon_2. \quad (4)$$

Эти формулы аналогичны формулам (1) и (2), но в них знаки сложения и вычитания изменены на обратные.

На выходе программа выдает значения углов погасания ϵ_1 и ϵ_2 двойниковых индивидов, среднее значение угла погасания $\epsilon_{\max}$ для симметричных или $\epsilon'_{\max}$ для косых сечений двойников и показатель асимметрии A .

В таблице 2 для проверки достоверности рассматриваемого метода произведено сравнение результатов расчета углов погасания $\epsilon_{\max}$ с данными по Винчеллу и Мишель-Леви.

Таблица 2

Сравнение максимальных углов $\epsilon_{\max}$ погасания альбитовых двойников, рассчитанных по рассматриваемой в статье методике, с данными из справочника Винчелла и диаграммы Мишель-Леви

№ плагиоклаза		5	15	25	35	45	55	65	75	85
$\epsilon_{\max}$	Расчетные данные	-15,5	-7,1	7,0	18,3	24,4	29,1	38,2	43,2	50,7
	по Винчеллу [2]	-15	-8	7	17	25	31	37	42	48
	по Мишель-Леви, рис. 1	-17	-7	7	17	25	31	37	42	49

Приведенные в таблице рассчитанные значения $\epsilon_{\max}$ показывают их близость к данным по Винчеллу и Мишель-Леви. Расхождения незначительные, не превышающие 1-2°. Это подтверждает правильность выбранной методики расчета углов погасания.

В качестве примера приведем результаты расчета максимальных углов погасания для плагиоклазов различного состава и углов наклона двойниковой плоскости от 0 до 30°.

Таблица 3

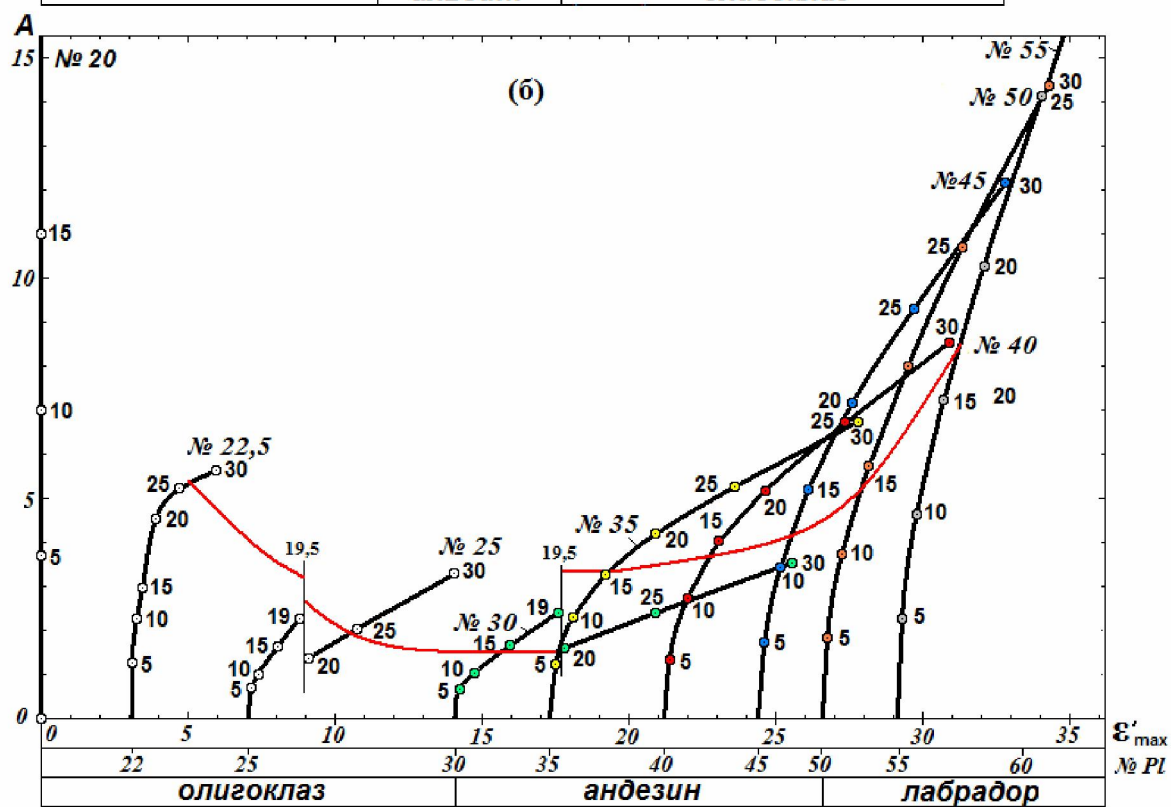
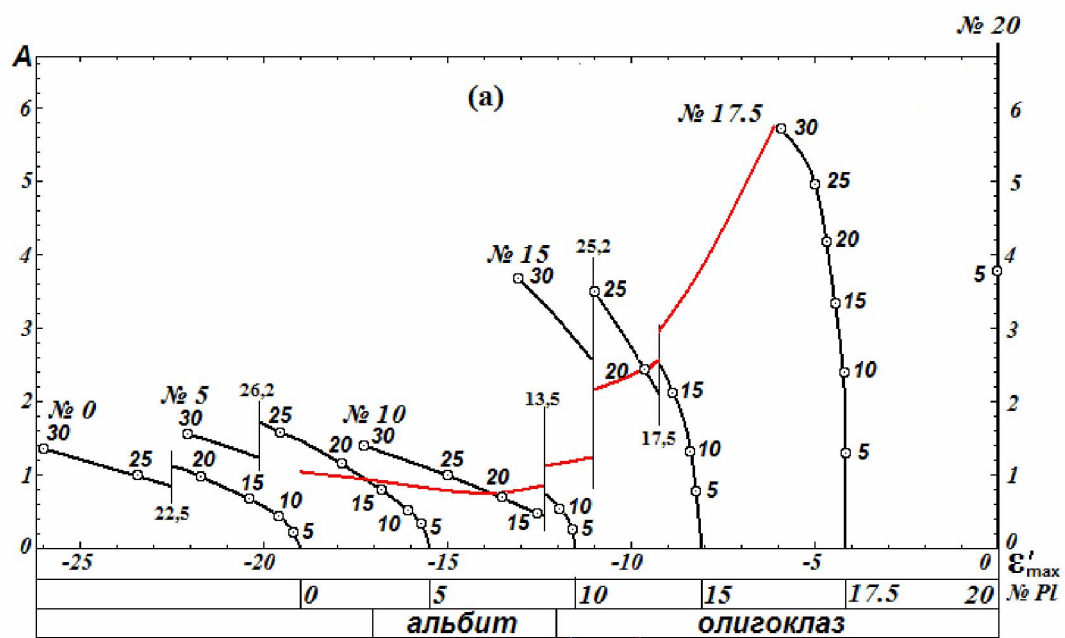
Среднее значение максимальных углов $\epsilon'_{\max}$ погасания альбитовых двойников в сечениях с различными углами наклона χ для плагиоклазов различного состава

Углы χ наклона двойник. плоскости (010)	Номер плагиоклаза								
	№ 5	№ 15	№ 25	№ 35	№ 45	№ 55	№ 65	№ 75	№ 85
	Среднее значение максимальных углов погасания $\epsilon'_{\max}$ (числитель) и соответствующая им асимметрия A сечений альбитового двойника (знаменатель)								
0°	$\frac{-15,5}{0}$	$\frac{-7,1}{0}$	$\frac{7,0}{0}$	$\frac{18,3}{0}$	$\frac{24,4}{0}$	$\frac{29,1}{0}$	$\frac{38,2}{0}$	$\frac{43,2}{0}$	$\frac{50,7}{0}$
5°	$\frac{-15,7}{0,3}$	$\frac{-7,2}{0,8}$	$\frac{7,1}{0,7}$	$\frac{18,5}{1,1}$	$\frac{24,6}{1,7}$	$\frac{59,3}{2,3}$	$\frac{38,4}{3,9}$	$\frac{43,4}{6,3}$	$\frac{50,9}{10,6}$
10°	$\frac{-16,1}{0,5}$	$\frac{-7,4}{1,6}$	$\frac{7,4}{1,0}$	$\frac{19,1}{2,3}$	$\frac{25,1}{3,5}$	$\frac{29,8}{4,6}$	$\frac{39,0}{8,2}$	$\frac{44,2}{13,8}$	*
15°	$\frac{-16,8}{0,8}$	$\frac{-7,8}{2,2}$	$\frac{8,0}{1,6}$	$\frac{20,3}{3,2}$	$\frac{26,1}{5,2}$	$\frac{30,7}{7,2}$	$\frac{40,2}{13,3}$	*	*
20°	$\frac{-17,9}{1,2}$	$\frac{-8,5}{3,2}$	$\frac{9,0}{1,3}$	$\frac{22,1}{4,2}$	$\frac{27,6}{7,2}$	$\frac{32,1}{10,3}$	$\frac{42,1}{26,6}$	*	*
25°	$\frac{-19,6}{1,6}$	$\frac{-9,6}{3,5}$	$\frac{10,8}{2,1}$	$\frac{24,9}{5,2}$	$\frac{29,7}{9,3}$	$\frac{34,1}{14,1}$	*	*	*
30°	$\frac{-22,1}{1,6}$	$\frac{-11,5}{3,7}$	$\frac{14,1}{3,3}$	$\frac{29,2}{6,1}$	$\frac{32,8}{12,2}$	*	*	*	*

(*) – в двойниковых индивидах разные позиции оптических осей. В одном из двойниковых индивидов в поле зрения находится острый угол оптических осей, во втором – тупой. В таких сечениях двойников могут скачкообразно увеличиваться максимальный угол погасания и показатель асимметрии A .

Диаграммы $\epsilon'_{\max}$ - A построены по результатам расчета $\epsilon'_{\max}$ - A на компьютере. По горизонтальной оси отложены максимальные средние углы $\epsilon'_{\max}$ в косых сечениях, по вертикальной оси соответствующие им значения асимметрии A (рис. 3). Линии на диаграмме показывают связь этих двух параметров при различных углах наклона двойниковой плоскости (цифры около точек, по которым проведены линии). Они представляют собой изолинии состава плагиоклазов в координатах $\epsilon'_{\max}$ - A . Возможна интерполяция с целью определения номера плагиоклаза в точках, оказавшихся между изолиниями.

Расчеты произведены на компьютеры для плагиоклазов в интервале № 0 – 90 с периодичностью 5 номеров.



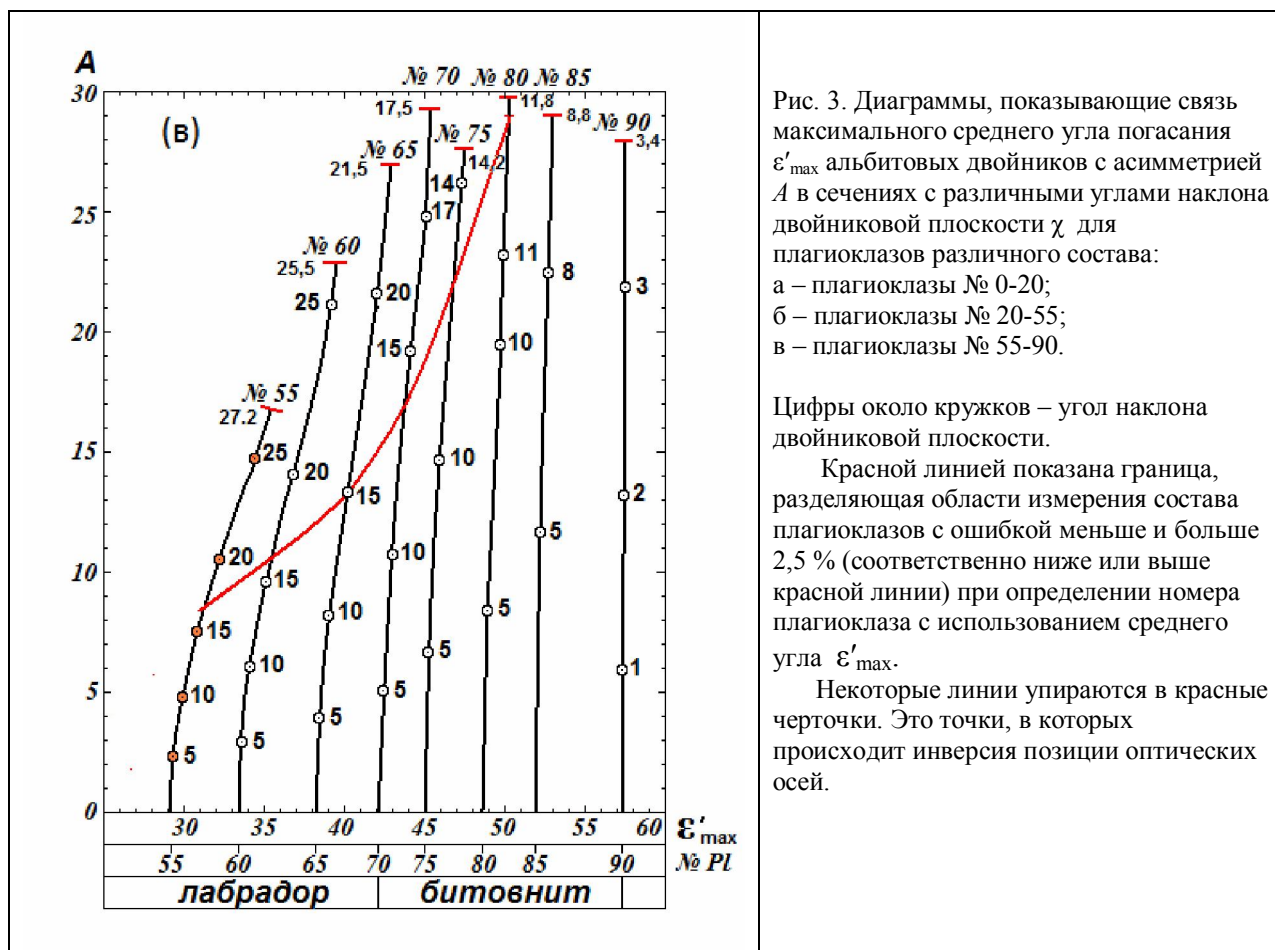


Рис. 3. Диаграммы, показывающие связь максимального среднего угла погасания $\varepsilon'_{\max}$ альбитовых двойников с асимметрией A в сечениях с различными углами наклона двойниковой плоскости χ для плагиоклазов различного состава:
а – плагиоклазы № 0-20;
б – плагиоклазы № 20-55;
в – плагиоклазы № 55-90.

Цифры около кружков – угол наклона двойниковой плоскости.

Красной линией показана граница, разделяющая области измерения состава плагиоклазов с ошибкой меньше и больше 2,5 % (соответственно ниже или выше красной линии) при определении номера плагиоклаза с использованием среднего угла $\varepsilon'_{\max}$.

Некоторые линии упираются в красные черточки. Это точки, в которых происходит инверсия позиции оптических осей.

Выделены 3 группы плагиоклазов, отличающиеся по форме кривых $\varepsilon'_{\max}$ - A : № 0-20, 20-55, 55-90.

Плагиоклазы № 0-20. Обращает на себя внимание необычное поведение изолиний кислых плагиоклазов № 0, 5, 10. Они слабо реагируют на наклон плоскости симметрии. Кривая при больших углах наклона становится полой. Показатель асимметрии A не превышает 2.

Плавная форма изолиний нарушается присутствием разрывов, когда кривая при увеличении угла наклона плоскости (010) резко срывается вниз и затем вновь начинает подниматься.

При определении угла погасания кислых плагиоклазов возможны грубые ошибки. Во-первых, для них не работает правило подбора подходящих для измерения зерен: «Разность между углами $A = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ не должна превышать 4». Как видно на графике, она при всех углах наклона меньше 4 и этот показатель не может служить фильтром при подборе зерен. Кроме того, из-за узкого интервала значений A определять этот показатель нужно с максимальной точностью, до $0,1^\circ$. Для плагиоклазов № 5 и 10 показатель A не должен превышать соответственно 0,6 и 1,7.

При увеличении наклона двойниковой плоскости точки на кривой линии для плагиоклазов с отрицательными углами погасания смещаются влево, что приводит занижению номера плагиоклаза. Аналогичное явление для «положительных» плагиоклазов, для которых кривые наклонены направо, сопровождается повышением номера плагиоклаза (рис. 3б).

Левый наклон кривой плагиоклаза № 0 не приводит к ошибке определения состава, так как он занимает крайнее положение и более кислых плагиоклазов, чем альбит, не существует.

На рис. 3а видно, что по мере повышения номера плагиоклаза происходит выпрямление кривых $\varepsilon'_{\max}$ - A с одновременным увеличением асимметрии A двойника. При

этом происходит снижение требования к параметру A как фильтру при отборе зерен плагиоклаза для измерения угла погасания:

№ Pl	10	15	17,5	20
A	1,9	3,8	5,8	не норм.

О плагиоклазе № 20. Этот плагиоклаз заслуживает отдельного описания из-за необычной форме кривой зависимости $\varepsilon'_{\max} - A$ (рис. 3а,б) - вертикальная прямая линия. Такая форма указывает на отсутствие связи угла погасания с наклоном двойниковой плоскости, из чего следует, что любые косые сечения таких двойников пригодны для определения угла погасания.

Максимальный симметричный угол погасания плагиоклаза № 20 равен 0° (рис.). На первый взгляд кажется странным и нелогичным считать ноль максимальной величиной. Проясним ситуацию графическим способом. Вынесем на кальку, наложенную на стереографическую сетку, оптические оси A_1 и A_2 и полюс P двойниковой плоскости (рис. 4а). учитывая угол оптических осей и полярные сферические координаты: $2V = -86^\circ$, $\rho_p = 90^\circ$, $\lambda_p = 0^\circ$. Так как оптические оси в сечении $\perp N_m$ ориентированы горизонтально, их «концы» показаны на краю проекции в двух противоположных точках. Мы сразу, минуя поворот кальки и наклон плоскости (сравни с рис. 3б,в), получили сечение, перпендикулярное двойниковой плоскости (010), пригодное для нанесения оптических осей A'_1 и A'_2 второго двойникового индивида. Из-за симметричного расположения оптических осей A_1 и A_2 оптические оси обоих двойниковых индивидов совпадут. Это означает, что под микроскопом такой двойник не различим, и он будет выглядеть как монокристалл. След плоскости (010) совпадает с биссектрисой угла A_1OA_2 и, то есть с направлением световых колебаний в поляризаторе. В этой позиции двойник будет погашен и, следовательно, угол погасания для обоих индивидов равен нулю: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0^\circ$.

Совпадение координат оптических осей двойниковых индивидов не означает, что они слились в единый монокристалл. Совпадают разные оси: A_1 и A'_2 , A_2 и A'_1 . В триклинной сингонии, к которой относятся плагиоклазы, оптические оси имеют разные свойства и, следовательно, двойниковая структура в плагиоклазе № 20 сохраняется.

Рассмотрим, изменится ли угол погасания при вращении двойниковой плоскости. Повернем кальку на 90° против часовой стрелки и двойниковую плоскость на некоторый угол ι , например, на 45° , как на рис. 4г. Мы видим, что при любом угле вращения ι биссектриса угла между главными сечениями $A_1(A'_2)$ и $A_2(A'_1)$ совпадает со следом двойниковой плоскости и, следовательно, двойник будет погашен. Таким образом, мы приходим к выводу, что угол погасания имеет постоянное значение $\varepsilon = 0^\circ$ независимо от угла вращения двойниковой плоскости. Он не является ни максимальным, ни минимальным, а константой.

Рассмотрим влияние наклона двойниковой плоскости на величину угла погасания и асимметрию. Вернем кальку в исходное положение (рис. 4в) и наклоним двойниковую плоскость вправо на некоторый угол χ , например, на 20° , как на рис. 4г. Биссектриса OB между главными сечениями $A_1(A'_2)$ и $A_2(A'_1)$ образует угол с вертикальной нитью окулярного креста, равный для обоих двойниковых индивидов: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 12^\circ$. Угол погасания и асимметрия согласно формулам (3) и (4) равны: $\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0^\circ$, $A = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 24$. Как видно из этого примера, несмотря на высокое значение асимметрии, угол погасания сохраняет нулевое значение.

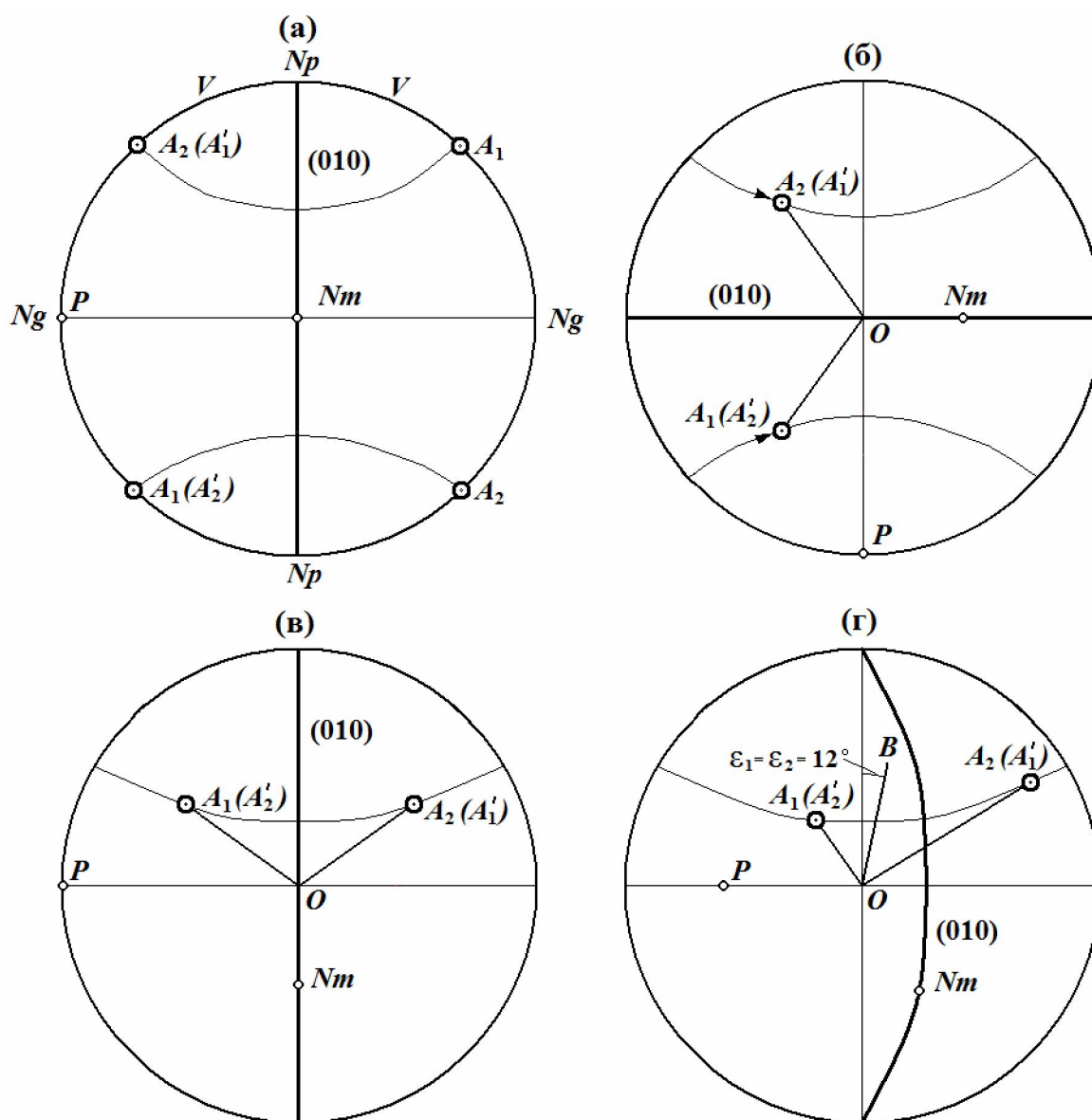


Рис. 4. Графическое определение угла погасания альбитового двойника плагиоклаза №20 в симметричном и косом сечении.

Более подробные данные о влиянии наклона двойниковой плоскости на углы погасания и асимметрию сечения двойника приведены в таблице 4.

Таблица 4

Углы погасания и асимметрия альбитовых двойников плагиоклаза № 20 при различных углах наклона плоскости срastания (010)

Ориентировка двойниковой плоскости срastания (010)		Углы погасания двойниковых индивидов		Средний угол погасания, $\epsilon'_{\max}$	Асимметрия, A
угол наклона, χ	угол вращения, ι	ϵ_1	ϵ_2		
0	61	0	0	0	0
5	62	1,9	1,9	0	3,7
10	65	3,7	3,7	0	7,4
15	68	5,5	5,5	0	11,0
20	73	7,0	7,0	0	14,0
25	76	8,7	8,7	0	17,4
30	80	10,1	10,1	0	20,2

Примечание. При расчете данных, приведенных в таблице, в компьютерную программу введены следующие координаты полюса двойниковой плоскости: $\rho = 90^\circ$, $\lambda = 0^\circ$. Небольшая поправка к координатам, по сравнению с указанным на диаграмме его положением (рис. 2), вызвана тем обстоятельством, что обязательным условием нулевого погасания является нахождение полюса двойниковой плоскости на «экваторе», в точке с долготой 0° .

Из данных таблицы видно, что при наклоне двойниковой плоскости от 0 до 30° асимметрия A возрастает от 0 до $20,2$. Но, несмотря на это средний угол, рассчитанный по формуле (3), остается равным 0° из-за равенства углов погасания индивидов ε_1 и ε_2 .

Сказанное относится к плагиоклазу строго определенного состава, в котором оптические индикатрисы индивидов параллельны между собой. Учитывая неточность построения исходных диаграмм, состав такого плагиоклаза не обязательно соответствует № 20. Он может быть, к примеру, равным 20 с десятыми долями градуса. На практике такой «идеальный» плагиоклаз вряд ли можно будет встретить. Уже небольшое отклонение от «идеального» состава приведет к тому, что углы погасания ε_1 и ε_2 , имея одинаковый знак, будут хотя бы немного, на десятые доли градуса отличаться.

Плагиоклазы № 20 – 55. Изолинии этих плагиоклазов образуют сложную картину (рис. 3в). Кривые плагиоклазов № 22 – 30 испытывают усиливающийся наклон направо и приближение к горизонтальной оси по мере увеличения номера плагиоклаза. Начиная с номера 35, проявляется обратная тенденция – кривые распрямляются с одновременным увеличением асимметрии A . В правой части диаграммы наблюдаются взаимное пересечение линий плагиоклазов разного состава. На изолиниях плагиоклазов № 25 и 30 отмечаются два разрыва – подъем кривой прерывается сбросом вниз, после чего начинается новый подъем.

Подъем и выпрямление плагиоклазов, начиная с № 35, сопровождается взаимным пересечением кривых. Этот фактор указывает на то, что идентификация плагиоклазов по единичным замерам здесь невозможна, поскольку плагиоклазы разного состава в косых сечениях могут иметь одни и те же значения $\varepsilon'_{\max}$ и A .

Плагиоклазы № 55 – 90. Кривые $\varepsilon'_{\max} - A$ для этих плагиоклазов характеризуются высоким значением показателя асимметрии, достигающим $17 - 30$ единиц, слабой изогнутостью, приближающейся к прямой линии (плагиоклаз 90). Все линии упираются в точки инверсии позиции оптических осей, отмеченные красными поперечными черточками. Цифры рядом с ними показывают угол χ наклона плоскости симметрии, при котором происходит инверсия (описание инверсии можно найти в [«Словаре терминов»](#)).

В результате инверсии в одном из индивидов происходит резкая смена позиции оптических осей. При этом направление световых колебаний n'_p заменяется «неправильным» направлением n'_g и мы получим разные по своей природе углы погасания ε_1 с n'_p и ε_2 с n'_g . Проверить их можно с помощью кварцевой пластинки.

Опыт показывает, что часто углы погасания с n'_g остаются незамеченными; они как бы наследуют тенденцию плавного нарастания угла погасания с увеличением угла наклона двойниковой плоскости. Но в некоторых случаях происходит незакономерное резкое изменение угла погасания. Поэтому вопрос о практической ценности замеров углов погасания в сечениях двойников плагиоклаза с инверсией позиции оптических осей требует дополнительных исследований.

Использование диаграмм $\varepsilon'_{\max} - A$ для определения состава плагиоклазов.

Приступаем к самой ценному в практическом отношении разделу статьи – определению состава плагиоклазов. При этом будем учитывать влияние состава плагиоклаза на предельно допустимое значение асимметрии A .

Предельные значения асимметрии A в зависимости от угла наклона χ для плагиоклазов различного состава

Плагиоклазы № 0 - 18								
№ Pl	0	5	10	15	18			
χ	5	12	21	24	31			
A	0,3	0,6	1,7	3,6	5,8			
Плагиоклазы № 22 - 55								
№ Pl	22	25	30	35	40	45	50	55
χ	26	24	14	15,5	13	12	14,5	17
A	5,4	2,0	1,5	3,3	3,7	4,2	5,2	8,5
Плагиоклазы № 60 - 90								
№ Pl	60	65	70	75	80	85*	90*	
χ	16	15	18	12,5	11,7	8,8	3,4	
A	10,6	13,3	16,8	22	29	29	27,9	

Примечания: 1) звездочкой * отмечены номера плагиоклазов, в которых при указанных углах наклона χ происходит инверсия позиции оптических осей;
2) значения асимметрии A сняты с диаграмм, рис. 3 по точкам пересечения красной линии с изолиниями.

Определение состава проводим в следующем порядке. Сначала проводим серию измерений углов погасания в 10 – 15 зернах плагиоклаза. Результаты измерения ε_1 и ε_2 записываем в виде списка. Знак углов погасания игнорируем (считаем все углы положительными). Для каждого зерна по формулам (1) и (2) рассчитываем средний угол погасания ε' и асимметрию A : $\varepsilon' = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / 2$; $A = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$. По этим показателям проверяем положение каждой точки на диаграмме (рис. 3). Отбрасываем из дальнейшего рассмотрения точки, оказавшиеся выше красной линии. Второй вариант фильтрации точек: по максимальному среднему углу ε' , используя номограмму Мишель-Леви (рис. 1), определяем приблизительно номер плагиоклаза. Зная номер плагиоклаза, отбраковываем те зерна, которые не соответствуют требованиям таблицы 5 по величине A . Подсчитываем количество измерений, оставшихся в списке, и проверяем, достаточно ли оно для выполнения требований таблицы 8. Если условие по количеству зерен выполняется, то работу по определению состава плагиоклаза можно считать законченной. В противном случае следует произвести дополнительную серию измерений углов погасания с учетом требования к значению A . Если в дополнительной серии найдется зерно с большим средним углом ε' , то по нему уточняем состав плагиоклаза, используя диаграмму Мишель-Леви.

Второй способ измерения номера плагиоклаза, снимающий влияние асимметрии на величину максимального угла погасания, рассмотрим в следующем разделе.

Определение состава плагиоклаза при ограниченном количестве подходящих зерен в шлифе.

При недостатке зерен плагиоклаза, удовлетворяющих требованиям таблицы по величине асимметрии, следует использовать ранее отбракованные из-за повышенного показателя асимметрии A зерна. Результаты измерений наносим на одну из диаграмм (рис. 3а, б, г). В качестве примера на рисунке показано расположение точек на диаграмме $\varepsilon'_{\max} - A$ для плагиоклаза № 45 (рис. 5). Координаты точек $\varepsilon'_{\max}$ и A рассчитаны на компьютере с различными углами наклона и вращения двойниковой плоскости, заданными генератором случайных чисел.

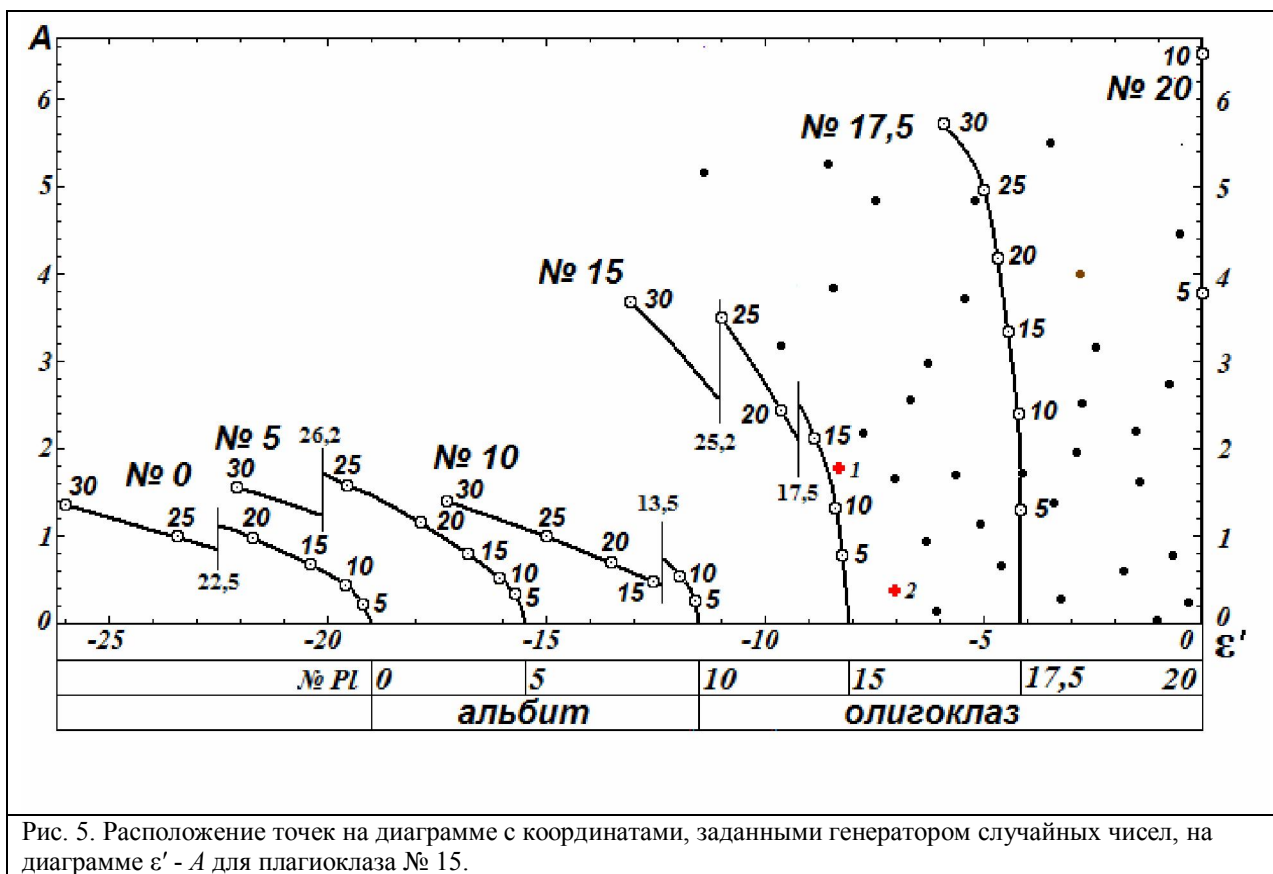


Рис. 5. Расположение точек на диаграмме с координатами, заданными генератором случайных чисел, на диаграмме $\epsilon' - A$ для плагиоклаза № 15.

Как видно на рисунке, все случайные точки располагаются правее и выше изолинии плагиоклаза № 15. Отсюда вытекает правило: рой точек косых сечений плагиоклазов № 0 – 20 на диаграмме $\epsilon' - A$ располагается левее изолинии, соответствующей номеру плагиоклаза, для которой были рассчитаны координаты точек. Это граница, которую «запрещено» точкам пересекать. Для плагиоклазов № 20 и выше действует то же правило, но рой точек ограничен справа изолинией определяемого плагиоклаза.

При выборе точек для определения номера плагиоклаза следует обращать внимание на те из них, которые располагаются вблизи крайней, ограничивающей рой изолинии. Например, точка 1 (красный крестик), относящаяся к косому сечению с $\chi = 12,5^\circ$, расположена ближе к изолинии плагиоклаза № 15, чем точка 2, рассчитанная для почти симметричного сечения. Определять состав плагиоклаза нужно по точке 1.

Точки могут располагаться между изолиниями. В таком случае № плагиоклаза следует определять путем интерполяции между соседними изолиниями.

Расчет оптимального количества зерен плагиоклаза для определения угла погасания альбитовых двойников.

На федоровском столике определение максимального угла погасания производится в сечении, перпендикулярном двойниковой плоскости (010), путем многократных измерений углов погасания при различных углах вращения вокруг оси I . Из полученных замеров выбирается наибольшее значение, используемое для определения состава плагиоклаза.

Без федоровского столика отсутствует возможность плавной регулировки углов наклона и вращения двойниковой плоскости. Ее наклон регулируется подбором зерен плагиоклаза с минимальной толщиной двойникового шва. При этом угол вращения может быть случайным в интервале от 0 до 360° и его значение определить невозможно.

Возникает вопрос о количестве зерен, необходимых для оценки максимального угла погасания. Этот вопрос можно решить, используя статистические методы обработки случайных чисел.

На рис. 6 показана зависимость угла погасания альбитовых двойников при различных углах вращения двойниковой плоскости для плагиоклазов № 10, 45 и 75 в сечении, перпендикулярно плоскости столика. По горизонтальной оси отложены значения углов вращения ι , по вертикальной оси – углы погасания ε . Для плагиоклаза № 10 кривая зависимости имеет симметричную куполовидную форму. Для плагиоклаза № 45 форма купола слегка асимметричная. Наибольшую асимметрию имеет плагиоклаз № 75, его максимум сильно смещен влево, в сторону малых значений ι .

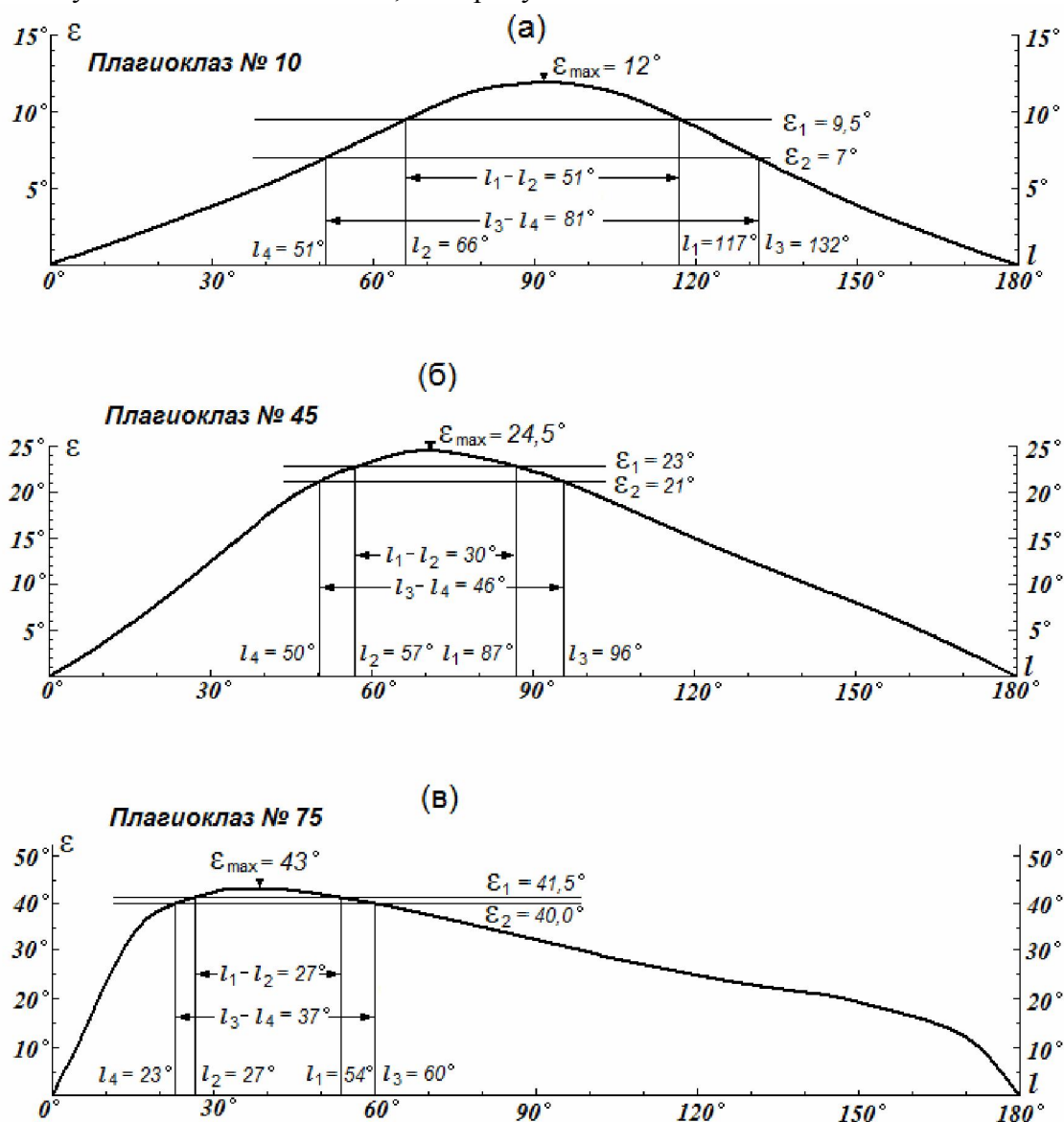


Рис. 6. Зависимость углов погасания альбитовых двойников от угла ι вращения двойниковой плоскости (001).

Расчеты для построения диаграмм произведены на компьютере для углов вращения ι в интервале $0 - 180^\circ$. Расчеты для интервала $180 - 360^\circ$ не производились, так как кривые зависимости $\varepsilon - \iota$ являются зеркальным отображением кривых интервала $0 - 180^\circ$ и не несут новую информацию.

Для решения задачи нужно определить допустимые значения погрешностей расчетов. Следует задавать их не для углов погасания, а для состава плагиоклазов, т.е. для их номеров, указывающих на процентное содержание анортитовой молекулы.

Будем использовать допустимые погрешности $\pm 2,5\%$ и $\pm 5\%$.

Следующий шаг – пересчет ошибок определения состава плагиоклаза в соответствующие им углы погасания. Для этого на диаграмме Мишель-Леви (рис. 1) для плагиоклазов № 10, 45 и 75 находим угловой коэффициент кривой, равный отношению $K = \Delta\varepsilon / \Delta i$:

$$K_{10} = 1,0; \quad K_{45} = 0,65; \quad K_{75} = 0,55.$$

Эти коэффициенты зависят от крутизны кривой. Они показывают, как меняется значение угла погасания при изменении номера плагиоклаза на единицу (на 1 % содержания анортитовой молекулы в формуле плагиоклаза).

Порядок дальнейших расчетов покажем на примере плагиоклаза № 10 (таблица 6). Находим предельные значения углов погасания, соответствующих допустимым ошибкам определения состава плагиоклаза:

$$\text{для ошибки } \pm 2,5 \% \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_{\max} - K_{10} \times 2,5 = 12 - 1 \times 2,5 = 9,5^\circ;$$

$$\text{для ошибки } \pm 5\% \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_{\max} - K_{10} \times 5 = 12 - 1 \times 5 = 7^\circ.$$

На рис. 6а проводим две горизонтальные линии согласно значениям ε_1 и ε_2 . По точкам пересечения этих линий с кривой находим соответствующие им предельные значения углов вращения двойниковой плоскости:

$$i_1 = 117, i_2 = 66, i_3 = 132, i_4 = 51.$$

Таблица 6

Расчет оптимального количества зерен при различных уровнях значимости и допустимых погрешностях определения состава плагиоклазов № 10, 45, 75, 30

№ плагиоклаза	Ошибка определения № плагиоклаза, %	Углы вращения двойниковой плоскости, °			Вероятность попадания в доверительный интервал, P	Вероятность «промаха», $1 - P$	Уровень значимости, p	Число зерен плагиоклаза, n
		i_1	i_2	Доверительный инт-вал, $i_1 - i_2$, $i_3 - i_4$				
		i_3	i_4					
10	$\pm 2,5$	117	66	51	0,283	0,717	0,05	9
							0,10	7
							0,20	5
	± 5	132	51	81	0,45	0,55	0,05	5
							0,10	4
							0,20	3
45	$\pm 2,5$	87	57	30	0,167	0,883	0,05	16
							0,10	12
							0,20	8
	± 5	96	50	46	0,256	0,744	0,05	10
							0,10	8
							0,20	5
75	$\pm 2,5$	54	27	27	0,15	0,85	0,05	18
							0,10	14
							0,20	10
	± 5	60	23	37	0,206	0,794	0,05	13
							0,10	10
							0,20	7
30*	$\pm 2,5$	112	74	38	0,211	0,789	0,05	13
							0,10	10
							0,20	7
	± 5	123	64	59	0,327	0,673	0,05	8
							0,10	6
							0,20	4

* Этот плагиоклаз не показан на рис. 6.

Рассчитываем длину доверительных интервалов:

для ошибки $\pm 2,5\%$ $l_1 - l_2 = 51$;

для ошибки $\pm 5\%$ $l_3 - l_4 = 81$.

В пределах доверительных интервалов ошибка определения состава плагиоклаза находится в допустимых значениях.

Вероятность попадания в доверительный интервал для каждого измерения равна отношению длины интервала к 180:

для ошибки $\pm 2,5\%$ $P_{2,5} = l_1 - l_2 = 51 / 180 = 0,283$;

для ошибки $\pm 5\%$ $P_5 = l_3 - l_4 = 81 / 180 = 0,45$.

Вероятность противоположного события – промаха, попадания за пределы доверительного интервала равна

для ошибки $\pm 2,5\%$ $1 - P_{2,5} = 0,717$;

для ошибки $\pm 5\%$ $1 - P_5 = 0,55$.

Количество измерений углов погасания (зерен плагиоклаза), достаточное с определенной степенью вероятности оценить максимальный угол погасания $\epsilon_{\max}$, определяем по формуле

$$n = \ln(p) / \ln(1 - P),$$

где n – количество измерений (зерен плагиоклаза);

p – уровень значимости;

P – вероятность попадания одного случайного измерения в доверительный интервал [4].

Таким же образом рассчитываем оптимальное количество измерений для плагиоклазов № 30, 45, 75 (таблица 6).

Уровень значимости обычно принимается равным 0,05, что указывает на достаточно высокую достоверность заключения, сделанного на основе n измерений. В нашем примере это означает, что только в 1 случае из 20 серий по n измерений возможно определение номера плагиоклаза с ошибкой выше заданного предела.

Расчет количества измерений выполнены также с уровнями значимости 0,1 и 0,2, при которых вероятность ошибок возрастает соответственно до 1 из 10 и 1 из 5 серий измерений.

Между составом (номером) плагиоклаза и оптимальным количеством зерен плагиоклаза обнаружена отчетливая корреляционная зависимость, которая позволила рассчитать коэффициенты следующего уравнения регрессии:

$$n = a + bN,$$

где n – количество зерен плагиоклаза;

N – номер плагиоклаза;

a и b – коэффициенты уравнения регрессии (таблица 7).

Таблица 7

Коэффициенты уравнения регрессии для определения оптимального количества зерен плагиоклаза при различных значениях уровня значимости и ошибок определения номера плагиоклаза

Уровень значимости, p	Допустимая ошибка определения номера плагиоклаза, $\sigma = \pm 2,5 \%$		Допустимая ошибка определения номера плагиоклаза, $\sigma = \pm 5 \%$	
	Коэффициенты уравнения регрессии			
	a	b	a	b
0.05	8,5	0,138	4	0,122
0.10	6,5	0,107	3	0,093
0.20	4,5	0,076	2	0,062

Использование уравнение регрессии дает возможность рассчитывать оптимальное количество зерен плагиоклаза любого состава (таблица 8).

Оптимальное количество зерен плагиоклаза при различных уровнях значимости и допустимых ошибках определения номера плагиоклаза

Уровень значимости, p	Номер плагиоклаза					
	0	20	40	60	80	100
	Допустимая погрешность определения номера плагиоклаза, $\sigma = \pm 2,5 \%$					
0.05	9	11	14	17	20	22
0.10	7	9	11	13	15	17
0.20	5	6	8	9	11	12
	Допустимая погрешность определения номера плагиоклаза, $\sigma = \pm 5,0 \%$					
	0.05	4	6	9	11	14
	0.10	3	5	7	9	10
	0.20	2	3	4	6	7

Требования к количеству просмотренных зерен плагиоклаза при уровне значимости 0,05 и погрешности измерений $\pm 2,5 \%$ высокие: для кислых плагиоклазов № 0 - 30 от 9 до 13, средних плагиоклазов № 30 - 50 - от 13 до 18, основных плагиоклазов № 50 - 100 - от 18 до 22. Заметим, что найти такое количество зерен плагиоклаза с симметричным сечением – непростая задача, требующая много времени. Поэтому в обычной, рядовой работе допустимо уменьшение уровня значимости до 0,1, либо снижение погрешности определения номера плагиоклаза до $\pm 5,0 \%$.

Не рекомендуется руководствоваться данными таблицы по числу зерен для уровня значимости 0,2 из-за высокой вероятности грубой ошибки определения состава плагиоклаза. Но в некоторых случаях при недостатке зерен плагиоклаза в шлифе, например, крупных порфировых выделений, данные таблицы могут быть полезны для оценки вероятности ошибки измерений.

Заключение

Рассмотрены результаты расчетов по специальным компьютерным программам углов погасания альбитовых двойников плагиоклазов разного состава в косых сечениях. Установлено влияние угла наклона двойниковой плоскости (010) величину угла погасания. На этой основе разработаны критерии пригодности зерен для измерений в зависимости от состава плагиоклазов. Для кислых плагиоклазов расхождение в углах погасания двойниковых индивидов должно находиться в пределах $0,3 - 6^\circ$, для средних и основных плагиоклазов - $6 - 28^\circ$.

Оптимальное количество зерен, достаточное для определения максимального угла погасания, рассчитано с учетом критериев математической статистики - вероятности допустимой ошибки при различных уровнях значимости. Установлено, что при допустимой ошибке 2,5% и уровне значимости 0,1 оптимальное количество зерен зависит от состава плагиоклаза и колеблется от 7 для альбита до 17 для анортита.

Литература

1. Дир У. А., Хауи Р. А., Зусман Дж. Породообразующие минералы. Т 4. Каркасные силикаты. Пер. с англ. М.: Мир, **1986**. С. 483.
2. Трёгер В. Е. Таблицы для оптического определения породообразующих минералов. Пер. с немецкого. М.: Недра, **1968**. С. 97.
3. Винчелл А. Н. и Г. Оптическая минералогия. Пер. с англ. М.: ИЛ, **1953**. С. 561.
4. Гутер Р. С., Овчинский Б. В. Основы теории вероятности. М.: Просвещение, **1967**. С. 160.

Статья загружена на сайт 21 апреля 2023 г.